Exercice 1 :
Donner le DL à l'ordre 4 en 0 de

$$\frac{\cos(x)}{1+x+x^2}$$

Exercice 2 :
On rappelle que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est dérivable si et seulement si f a un DL à l'ordre 1 en 0 : $f(x) = a + xb + \circ(x)$, et dans ce cas $f'(0) = b$.
Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(0)$.

Exercice 3 :
Calculer

$$\int_5^6 \frac{x\sqrt{x}+1}{x+1} dx$$

Exercice 4 :
Décomposer en élément simple la fraction rationelle :

$$\frac{X+2}{X^3 - 2X^2 + X - 2}$$

(indication : on pourra déjà essayer de trouver une racine pas trop compliquée du dénominateur)

Exercice 5 :
Soit $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, une fonction continue telle que $f(0) = 0$ et $f(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$. Montrer que f est majorée sur $\mathbb{R}_+$ et y atteint son maximum (c'est à dire qu'il existe $x_1 \in \mathbb{R}_+$ tel que $\forall x \in \mathbb{R}_+ \ f(x) \leq f(x_1)$).

Exercice 6 :
Trouver la solution de l'équation différentielle :
$y'(x) - y(x) = e^x + e^{2x}$ telle que $y(0) = 2$.