

Un DL

6 décembre 2010

Au voisinage de 0 on a :

$$\begin{aligned}\frac{\cos(x)}{1+x+x^3} &= \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{1+x+x^3} \\ &= (1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^4)) (1 - (x+x^3) + (x+x^3)^2 - (x+x^3)^3 + (x+x^3)^4 + o(x^4)) \\ &= (1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}) (1 - x - x^3 + x^2 + 2x^4 - x^3 + x^4 + o(x^4)) \\ &= (1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}) (1 - x + x^2 - 2x^3 + 3x^4 + o(x^4)) \\ &= 1 - x + x^2 - 2x^3 + 3x^4 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^4) \\ &= 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{3x^3}{2} + \frac{61x^4}{24} + o(x^4)\end{aligned}$$