Université Pierre et Marie Curie - LM121 - Année 2012-2013

Interro n^o 3

Question de cours : *donner la définition d'une application linéaire de* $\mathbb{R}^2$ *dans* $\mathbb{R}^2$.

Exercice 1 :
Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $\det(A)$.
2. A est-elle inversible ? Si oui, calculer A^{-1}.
3. Résoudre le système
$$\left\{ \begin{array}{ccccc} x & -y & +2z & = & 3 \\ 2x & +y & -2z & = & 6 \\ 3x & -2y & +z & = & 6 \end{array} \right.$$

Exercice 2 :
Soir r_1 la rotation de centre $(1,1)$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$, et r_2 la rotation de centre $(3,-1)$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Calculer l'image du point $(2,-1)$ par $r_2 \circ r_1$.

Exercice 3 :

Soit D le déterminant de taille n suivant : $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Calculer D.

Exercice 4 :
Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
a) Calculer $C^3 - 4C^2$.
b) Trouver λ et $\mu \in \mathbb{R}$ tels que $C^3 - 4C^2 + \lambda C + \mu I_3 = 0$.
c) En déduire C^{-1}