Université Pierre et Marie Curie - LM 121 - 2012/2013

Contrôle continu n 2 MIME 11.4

Exercice 1 :
Soit $u = (3, -2, 4)$, $v = (-2, 1, -1)$, $w = (5, -4, 10)$ et $z = (1, 1, 1)$.

1. u, v et w son-ils libres ? Si non, donner une combinaison linéaire non-triviale de u, v, w qui soit nulle.
2. z est-il combinaison linéaire de u, v et w ?

Exercice 2 :

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation paramétrique

$$\begin{array}{lll} x & = 2 & +t \\ y & = 3 & +2t \\ z & = 1 & -t \end{array}$$

et $\mathcal{D}'$ la droite d'équation paramétrique

$$\begin{array}{lll} x & = & 2t \\ y & = 1 & -t \\ z & = 2 & +2t \end{array}$$

$\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ ont-elles des points en commun ? (dit autrement, a-t-on $\mathcal{D} \cap \mathcal{D}' \neq \emptyset$?)

Exercice 3 :

Soit a et b 2 vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^3$. Pour $x \in \mathbb{R}^3$, on s'intéresse à l'équation $a \wedge x = b$.

1. Si $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, montrer que l'ensemble des $x \in \mathbb{R}^3$ tels que $a \wedge x = b$ est une droite dont on donnera une paramétrisation.
2. Si $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, décrire l'ensemble des $x \in \mathbb{R}^3$ tels que $a \wedge x = b$.

Exercice 4 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 3 points de $\mathbb{R}^3$. Déterminer une équation cartésienne de l'unique plan $\mathcal{P}$ passant par A, B et C.