

Contrôle continu n° 1

Exercice 1 :

Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
On pourra considérer $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$.

Exercice 2 :

1. Déterminer les nombres complexes w tels que $w^2 = -7 - 24i$.
Pour information, $|-7 - 24i| = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$.
2. En déduire la forme cartésienne des éléments de

$$\mathcal{S} = \{z \in \mathbb{C} \mid z^4 = -7 - 24i\}$$

puis représenter les points de \mathcal{S} dans le plan.

Exercice 3 :

Calculer

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5(t) dt$$

Exercice 4 :

Soit $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5$.

1. Déterminer l'ensemble \mathcal{S} des racines de P , en précisant leur forme cartésienne.
2. Factoriser P .
3. En déduire que

$$\prod_{k=1}^5 (2 - e^{\frac{ik\pi}{3}}) = 63$$