Contrôle Continu 2 LM121 PCME 14.2

1. Soit $A = (1, 1)$, $B = (2, -1)$ et $C = (-1, -1)$ 3 points du plan. On considère $r_{A,\frac{\pi}{2}}$ la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$, et $r_{B,\frac{\pi}{2}}$ la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Déterminer $(r_{B,\frac{\pi}{2}} \circ r_{A,\frac{\pi}{2}})(C)$ (à savoir, donner ses coordonnées cartésiennes).

2. Pour quelle(s) valeur(s) de $x \in \mathbb{R}$ les vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $w = \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont-ils libres ?

3. Soit $\mathcal{P}$ le plan passant par $A = (1, 2, -1)$ et engendré par les vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par $B = (1, 1, 1)$ et de vecteur directeur $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Déterminer $\mathcal{P} \cap \mathcal{D}$.

4. Soit a et b 2 vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^3$. On s'intéresse à l'équation $a \wedge x = b$.

   (a) Si $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, montrer que l'ensemble des $x \in \mathbb{R}^3$ tels que $a \wedge x = b$ est une droite dont on donnera une paramétrisation.

   (b) Si $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, décrire l'ensemble des $x \in \mathbb{R}^3$ tels que $a \wedge x = b$.