CONTROLE 3 LM 121 MIME 11-3

Rappel : Pour résoudre un système linéaire, on fait des opérations sur les lignes en les indiquant sur sa copie. Toute autre méthode ne sera pas prise en compte.

QUESTION 1 (*sur 5 points*)

Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$. Calculer son déterminant, et si c'est possible, calculer A^{-1}.

QUESTION 2 (*sur 2 points*)

Donner deux matrices A et $B \in M_3(\mathbb{R})$ telles que $AB \neq BA$.

QUESTION 3(*sur 5 points*)

Soit $\mathcal{P}$ le plan de $\mathbb{R}^3$ passant par $(1,1,5)$ et de vecteurs directeurs $(1,1,3)$ et $(1,0,1)$.

Montrer que l'ensemble des $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ qui vérifient simultanément $Det \begin{pmatrix} 1 & -1 & x \\ 3 & 1 & y \\ -1 & -2 & z \end{pmatrix} = 1$ et $(x,y,z) \in \mathcal{P}$, est une droite dont on donnera une paramétrisation.

QUESTION 4 (*sur 4 points*)

$$\textit{Soit} \quad F : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} x+y+z \\ 2x-y-z^2 \\ x-3y+3z \end{pmatrix} \end{array}$$

F est-elle une application linéaire ? (justifier votre réponse)

QUESTION 5 (*sur 4 points*)

Soit $u = (1, 0, 1)$, $v = (3, -1, -1)$, $w = (-1, 2, 2)$ et $z = (6, -5, -4)$.
a) Montrer que u, v et w forment une base de $\mathbb{R}^3$.
b) Trouver la décomposition de z dans cette base. Dit autrement, trouver a, b et $c \in \mathbb{R}$ tels que $au + bv + cw = z$.