CONTROLE 3 LM 121 MIME 11-4

Rappel : Pour résoudre un système linéaire, on fait des opérations sur les lignes en les indiquant sur sa copie. Toute autre méthode ne sera pas prise en compte.

QUESTION 1 (*sur 5 points*)
Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Calculer son déterminant, et si c'est possible calculer A^{-1}.

QUESTION 2 (*sur 4 points*)
Résoudre le système

$$\begin{array}{rrrcr} 2x & -y & +z & = & 3 \\ x & +y & -z & = & 2 \\ -x & -4y & +4z & = & -3 \end{array}$$

QUESTION 3 (*sur 2 points*)
Trouver une matrice $B \in M_3(\mathbb{R})$ telle que $B \neq 0$ et $B^2 = 0$.

QUESTION 4 (*sur 5 points*)
Soit $u = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et

$$F : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ v = (x, y, z) & \mapsto & u \wedge v \end{array}$$

a)Montrer que F est une application linéaire
b) Donner la matrice associée à F et dire si elle est inversible.
c) Décrire les $v \in \mathbb{R}^3$ tels que $F(v) = 0$ (le 0 étant ici vu comme un vecteur, non comme un nombre).

QUESTION 5 (*sur 4 points*)
Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculer $C^3 - 4C^2$.
b) Trouver λ et $\mu \in \mathbb{R}$ tels que $C^3 - 4C^2 + \lambda C + \mu I_3 = 0$.
c) En déduire C^{-1}