1. Calculer Det $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

   Les vecteurs $(1,-1,-1), (5,1,2)$ et $(2,-2,1)$ sont-ils libres ?

2. Trouver u, v et w tels que $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u & 3 & 0 \\ v & -1 & -1 \\ w & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 3 \\ -2 & 8 & 5 \\ -5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

3. Soit a et b 2 vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^3$. On s'intéresse à l'équation $a \wedge x = b$.

   (a) Si $a = (1,1,-1)$ et $b = (1,2,3)$, montrer que l'ensemble des $x \in \mathbb{R}^3$ tels que $a \wedge x = b$ est une droite dont on donnera une paramétrisation.

   (b) Si $a = (1,1,-1)$ et $b = (3,2,1)$, décrire l'ensemble des $x \in \mathbb{R}^3$ tels que $a \wedge x = b$.

   (c) On suppose jusqu'à la fin de la question a et b quelconques, mais non nuls.

      i. Montrer que si $a.b \neq 0$, l'équation $a \wedge x = b$ n'a pas de solution.

      ON SUPPOSE DORÉNAVANT $a.b = 0$.

      ii. Montrer que $a \wedge (b \wedge a) = \|a\|^2 b$. (On rappelle la formule du double produit vectoriel : $(u \wedge v) \wedge w = (u.w)v - (v.w)u$)

      iii. En déduire un $x_0 \in \mathbb{R}^3$ tel que $a \wedge x_0 = b$.

      iv. Si $a \wedge x = b$ que peut-on dire de $a \wedge (x - x_0)$?

      v. En déduire une description géométrique de l'ensemble des x tels que $a \wedge x = b$.